

ANÁLISIS DE CONTROLADOR DIFUSO CONTRA PID PARA VEHÍCULO
AUTOBALANCEADO DE DOS RUEDAS

JULIAN ALBERTO MARTÍNEZ MATEUS

FUNDACION UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA ELECTRÓNICA
BOGOTA D.C
2015

ANÁLISIS DE CONTROLADOR DIFUSO CONTRA PID PARA VEHÍCULO
AUTOBALANCEADO DE DOS RUEDAS

JULIAN ALBERTO MARTÍNEZ MATEUS

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Electrónico

Asesor
Andrés Camilo Jiménez Álvarez
Docente académico

FUNDACION UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES
FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA ELECTRÓNICA
BOGOTA D.C
2015

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bogotá D.C 2015

*A mis padres por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica, como de la vida, por su incondicional apoyo perfectamente mantenido a través del tiempo.
Todo este trabajo ha sido posible gracias a ellos.*

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todos mis maestros ya que me enseñaron a valorar los estudios y a superarme cada día, también agradezco a mis padres porque ellos estuvieron en los días más difíciles de mi vida como estudiante.

De igual manera agradecer a mi asesor el ingeniero Andres Camilo Jimenez por su visión crítica de muchos aspectos cotidianos de la vida, por su rectitud en su profesión como docente, por sus consejos, que ayudan a formarte como persona y profesional.

A la Fundación Universitaria Los Libertadores por darme la oportunidad de disfrutar de un espacio de formación académica y personal, sin el cual nada de esto hubiese sido posible.

Son muchas las personas que han formado parte de mi vida profesional a las que me encantaría agradecerles su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en los momentos más difíciles de mi vida. Algunas están aquí conmigo y otras en mis recuerdos y en mi corazón, sin importar en donde estén quiero darles las gracias por formar parte de mí, por todo lo que me han brindado y por todas sus bendiciones.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1. PROBLEMÁTICA	13
2. JUSTIFICACIÓN	14
3. MARCO TEÓRICO.....	15
4. OBJETIVOS	20
5. MODELO MATEMÁTICO	21
5.1. ECUACIONES DEL SISTEMA	22
6.2 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.	23
6. Controlador PID.....	25
7. CONTROLADOR DIFUSO	30
8.1. DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO.....	30
8.2. ELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR DIFUSO.....	30
8.3. REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO	32
8. CONCLUSIONES.....	33
BIBLIOGRAFÍA	34
ANEXOS.....	37

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 reglas del control difuso.	32
---	----

LISTA DE FIGURAS

Ilustración 1 Representación gráfica del escalón unitario.	19
Ilustración 2 Diagrama de cuerpo libre del sistema.	21
Ilustración 3 Lugar de las raíces controlador tipo P.	26
Ilustración 4 Lugar de las raíces controlador PI.	27
Ilustración 5 Lugar de las raíces controlador PID.	28
Ilustración 6 respuesta al impulso control PID.	29
Ilustración 7 Diagrama de bloques control PID	29
Ilustración 8 Salidas y entradas del controlador difuso	30
Ilustración 9 Funciones de membresía de las entradas.....	31
Ilustración 10 Funciones de membresía de la salida..	31
Ilustración 11 Superficie de salida.	32

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Modelado del sistema:.....	37
Anexo B. Método del lugar de las raíces:	40
Anexo C. Diseño controlador PID:	42
Anexo D Certificado de participación como ponencia:.....	45

RESUMEN

Este documento presenta un análisis y comparación de dos tipos de control para un vehículo auto balanceado de dos ruedas basado en el principio del péndulo invertido. Con este fin primero se modelara el sistema y se diseñara un control PID usando como herramienta el software de simulación octave 3.6.4. Posteriormente se diseñara un controlador difuso para el mismo sistema y se compararan los resultados obtenidos.

PALABRAS CLAVE:

- Control difuso
- Control PID
- Vehículo autobalanceado de dos ruedas

INTRODUCCIÓN

En el año 2001 el estadounidense *Deán Kamen* invento el *segway* (Harris, 05 Dec.-15 Jan. 5 2009) , un vehículo eléctrico auto-balanceado de dos ruedas para el transporte de personas, buscando crear un nuevo medio de transporte eficiente, amigable con el medio ambiente y cómodo para los usuarios. El funcionamiento de este vehículo está basado en los principios del péndulo invertido donde el usuario inclina el vehículo en la dirección hacia donde pretende ir, el vehículo reacciona a esta acción. De esta manera, permite mantener el equilibrio y puede moverse en la dirección indicada de manera segura. Este tipo de vehículos en general está conformado de 4 partes principales: el sistema de tracción el cual es el encargado de generar la fuerza para permitirle al vehículo moverse, el conjunto de sensores que le permiten al vehículo reconocer su estado, la tarjeta de control donde se encuentran los circuitos destinados a controlar los demás sistemas y finalmente cuenta con un sistema para que el usuario manipule el vehículo (Draz, Ali, Majeed, & Ejaz, 22-23 Oct. 2012).

El que un vehículo de estas características tenga solo dos ruedas hace que cuente con características no lineales, parámetros desconocidos que generan interferencias externas con grandes cambios sobre la dinámica del vehículo. Para buscar posibles métodos de control en este caso, se han desarrollado diferentes estudios como el descrito en (Azizan, Jafarinasab, Behbahani, & Danesh, 2012), donde por medio de un análisis de sensibilidad se buscan establecer parámetros para escoger los polos del sistema. Se busca elaborar un modelo de estos sistemas para abordar el problema desde diferentes perspectivas. Al estudiar el modelo básico del péndulo invertido sobre una plataforma móvil como se describe en (Castro, Adams, & Singhose, 10-13 Dec. 2013), se logra una aproximación al control del balance en el sistema para el cual no cambia la masa del péndulo. También mediante la linealización de la retro alimentación hecha en (Pinto, Kim, Lee, & Han, 16-18 Dec. 2012), se obtiene un modelo matemático cuya simulación permite lograr un control para mantener estable el vehículo. Otros estudios como los expuestos en [(Li, Qu, Zhu, & Sun, 18-20 Aug. 2009), (Lee & Lee, 26-28 Nov. 2012), (Peng, Ruan, & Zuo, 6-8 July 2012)] han demostrado también que el control de velocidad, desplazamiento y balance en sistemas basados en el principio del péndulo invertido son viables.

Para desarrollar diferentes tipos de controladores se ha propuesto un modelo expuesto en (Bethke, Dlugosz, & Talaska, 20-22 June 2013), donde se muestra cómo es posible implementar un control eficiente y seguro para el usuario y lo hace asumiendo ciertos parámetros como la posición invariante del centro de masa, un ángulo constante entre el usuario y el vehículo y suponiendo que no existe ningún retardo entre el sistema de control y el motor. Implementando un control de tipo PID en (An & Li, 12-14 Dec. 2013), se desarrollan 2 prototipos que a pesar de contar con algunos errores e inconvenientes, demostraron ser funcionales y operaron dentro de los límites establecidos. De forma similar en (Wasif, Raza, Rasheed, Farooq, & Ali, 10-12 Sept. 2013) se desarrolla un control adaptativo que busca mejorar el tiempo de respuesta de los controladores PID convencionales. Un tipo diferente de controlador fue implementado en (Junfeng & Wanying, 28-29 March 2011), buscando controlar de manera más eficaz el vehículo de acuerdo con los cambios de inclinación del usuario, se desarrolló un controlador difuso que tiene en cuenta los elementos no lineales del sistema y los integra con los elementos lineales del mismo.

Del mismo modo un controlador de tipo difuso basado en un modelo T-S fue desarrollado en (Yong, Yanlong, Xizhe, & Ji, 22-24 Aug. 2011), donde por medio de simulaciones y pruebas se demostró que este tipo de control es robusto y tiene un amplio rango de acción. Otros controladores basados en redes neuronales (Ruan & Cai, 1-2 Feb. 2009), (Ruan, Cai, & Chen, "Learning to Control Two-Wheeled Self-Balancing Robot Using Reinforcement Learning Rules and Fuzzy Neural Networks," in Natural Computation, 18-20 Oct. 2008) demostraron ser capaces de aprender a controlar el vehículo y mantenerlo bajo control aun cuando las condiciones externas e internas presentan grandes cambios.

En el mercado se han desarrollado vehículos auto balanceados de 2 ruedas para transporte unipersonal, otros destinados a la experimentación en laboratorios como el caso del prototipo basado en la plataforma de LEGO (Watanabe, 2007) el cual demostró tener una gran maniobrabilidad y una eficaz respuesta del controlador. Sin embargo, las aplicaciones de este tipo de vehículos para el transporte de carga ha sido poco documentada y estudiada.

1. PROBLEMÁTICA

Las actividades diarias de las personas involucran situaciones donde se deben transportar pequeñas cargas ya sean las compras de víveres, libros, herramientas de trabajo etc. estas situaciones suponen un problema para personas que cuentan con una discapacidad provocada por un accidente o por enfermedades degenerativas como la artritis, otosclerosis, hernias discales, Mal de Parkinson, el Mal de Alzheimer entre muchas otras.

Para solucionar los problemas que presentan las personas con este tipo de discapacidad, se han desarrollado dispositivos como exo-esqueletos y plataformas de carga móviles. Sin embargo se venden a elevados precios y muchos de estos están diseñados para solucionar problemas a nivel industrial, dejando de esta manera muy pocas alternativas a las personas que necesitan acceder a una solución tecnológica de bajo costo que les permita mejorar su calidad de vida.

Actualmente existen plataformas de transporte personal de dos ruedas conocidas como segways, las cuales permiten a sus usuarios desplazarse de forma eficiente y con un mínimo impacto ambiental. No obstante este tipo de plataformas deben ser operados por un usuario que se transporte en ella y no están diseñadas para poder transportar carga. Dado que en la actualidad existen diversos tipos de controladores electrónicos que pueden realizar un correcto control de este tipo de sistemas la comparar un controlador tipo PID contra un controlador difuso ¿Qué controlador representa una mayor eficiencia para una plataforma auto balanceada de dos ruedas, que permita a las personas con discapacidades físicas transportar pequeñas cargas manteniendo una óptima relación costo-beneficio?

2. JUSTIFICACIÓN

Este proyecto se enmarca en el área de control PID y difuso, específicamente en el modelado y control de una plataforma móvil de dos ruedas, que busca encontrar una alternativa que compense las habilidades motrices del individuo haciendo uso racional de una fuente de energía además de hacerlo a bajo costo, de esta manera las personas que sufren algún tipo de limitación física o de otro tipo que no les permita llevar objetos por sí mismos, podrán trasportarlos de manera adecuada en sus quehaceres diarios, mediante un medio de transporte que permita al usuario operar el equipo de forma remota evitando así que deba realizar esfuerzos físicos comprometan su estado de salud actual; mejorando de esta forma la calidad de vida de sus usuarios.

3. MARCO TEÓRICO

Actuador:

Un ACTUADOR es un dispositivo inherentemente mecánico cuya función es proporcionar fuerza para mover o “actuar” otro dispositivo mecánico. La fuerza que provoca el actuador proviene de tres fuentes posibles: Presión neumática, presión hidráulica, y fuerza motriz eléctrica. Dependiendo del origen de la fuerza el actuador se denomina “neumático”, “hidráulico” o “eléctrico” (Fitzgerald, 2003).

Algoritmo:

Un algoritmo es un método para resolver un problema mediante una secuencia de pasos bien definidos, ordenados y finitos. Para que se pueda ejecutar el algoritmo es preciso, además, que se disponga de las “herramientas” adecuadas para llevar a cabo cada uno de los pasos. Si no es así, estos deberán, a su vez, ser descompuestos en una secuencia (algoritmo) de pasos más simples que sí se puedan llevar a cabo.

Un algoritmo debe cumplir con ser: preciso es decir estar compuesto de pasos bien definidos (no ambiguos) y ordenados; además debe ser definido lo cual se aprecia que cuando se repite se obtiene el mismo resultado cada vez; también debe ser finito es decir tener un número finito de pasos (Paul, 2008).

Control difuso:

Es una técnica de control que se basa en reglas y no en ecuaciones para determinar qué acciones debe aplicar. Usa reglas difusas establecidas por un experto, toma los valores de entrada como referencia y operándolos como valores difusos mediante un método de inferencia. Este tipos de sistema buscan obtener una respuesta similar a la del experto que determino las reglas del sistema (Ying., 2000).

Control electrónico:

Los sistemas de control son aquellos dedicados a obtener la salida deseada de un sistema o proceso. En un sistema general se tienen una serie de entradas que provienen del sistema a controlar, llamado planta, y se diseña un sistema para que, a partir de estas entradas, modifique ciertos parámetros en el sistema planta, con lo que las señales anteriores volverán a su estado normal ante cualquier variación. Hay varias clasificaciones dentro de los sistemas de control. Atendiendo a su

naturaleza son analógicos, digitales o mixtos; atendiendo a su estructura (número de entradas y salidas) puede ser control clásico o control moderno; atendiendo a su diseño pueden ser por lógica difusa, redes neuronales (Antunes & Gonzalez, 3 March 2015).

Control de lazo abierto:

En un sistema en lazo abierto, la salida no se compara con la entrada de referencia, por ello cada entrada corresponderá a una operación prefijada sobre la señal de salida. Se puede asegurar entonces que la exactitud del sistema depende en gran manera de la calibración del mismo y, por tanto, la presencia de perturbaciones en la cadena (señales indeseadas) provocará que éste no cumpla la función asignada. Para poder considerar una topología en lazo abierto, es necesario conocer la relación entrada/salida y garantizar la inexistencia de perturbaciones externas o de variaciones de los parámetros internos del sistema. Esto es, en general, difícil de cumplir en la práctica, y su realización implica sistemas excesivamente caros. Un ejemplo de este tipo de topología se puede encontrar en el control de un cabezal de máquina de escribir electrónica. En este sistema, la entrada viene dada por el teclado; la señal generada por éste se procesa y se genera la acción de control, que provocará, como salida, la rotación del cabezal a la posición adecuada y la impresión de la letra deseada. Como se puede suponer, una perturbación de origen externo puede falsear la señal en cualquier punto de la cadena y como resultado obtendremos una salida diferente de la deseada (Hurwitz, 1994).

Control de lazo cerrado.

En los sistemas de control en lazo cerrado, la señal de salida tiene efecto sobre la acción de control. A este efecto se le denomina realimentación. La señal controlada debe realimentarse y compararse con la entrada de referencia, tras lo cual se envía a través del sistema una señal de control, que será proporcional a la diferencia encontrada entre la señal de entrada y la señal medida a la salida, con el objetivo de corregir el error o desviación que pudiera existir. La principal ventaja de los sistemas de control en lazo cerrado es que el uso de la realimentación hace al conjunto menos sensible a las perturbaciones externas y a las variaciones de los parámetros internos que los sistemas en lazo abierto (Liu, Wang, Golnaraghi, & Kubica, 2010).

Control PID:

Corresponde a la estructura de control más usada en el medio industrial. Las letras PID corresponden a las acciones: Proporcional, Integral y Derivativa. Su simplicidad limita el rango de las plantas que puede controlar satisfactoriamente.

Proporcional: Contribuye con valores presente del error de control. Tradicionalmente se usa la expresión “banda proporcional (PB) para describir la acción proporcional.

Integral: Contribuye con valores proporcional al error acumulado o errores pasados (sumatoria). Fuerza el error en estado estacionario a cero en presencia de referencia escalón y perturbaciones. Es un modo de reacción lenta.

Derivativa: Contribuye con valores proporcionales a la razón de cambio de los errores de control. Es un modo de reacción rápido a los cambios, el cual desaparece en presencia de errores constantes. Conocido a veces como el modo predictivo. Su principal limitación es generar grandes señales en presencia de errores de control de frecuencias altas. Normalmente la constante de tiempo τ (Korkmaz, Aydogdu, & Dogan, 2-4 July 2012).

Controlador:

Es aquel instrumento que compara el valor medición con el valor deseado, con base a esta medición calcula un error (diferencia entre valor medido y deseado), para luego actuar a fin de corregir este error. Tiene por objetivo elaborar la señal de control que permita que la variable controlada corresponda a la señal de referencia.

El término controlador en un sistema de control con retroalimentación, a menudo está asociado con elementos de la trayectoria directa entre señal actuante (error) y variable de control U. pero algunas veces incluye punto de suma, los elementos de retroalimentación o ambos. Algunos autores han utilizado los términos controlador y compensador como sinónimos. El contexto deberá eliminar cualquier ambigüedad (Bennett, 1984).

Defusificador:

En un FLS el proceso de defusificación produce una salida *crisp*, a partir de la información difusa que sale del motor de inferencia. Han sido propuestos en la literatura muchos defusificadores, sin embargo, no hay bases científicas (ninguno de ellos ha sido derivado de un principio tal como “la maximización de la información difusa” o “la entropía”); consecuentemente, la defusificación es más un arte que una ciencia (Mendel., March 1995.).

Estabilidad:

Un sistema es estable si la respuesta del sistema al impulso tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito. Si el sistema tiende a un valor finito diferente a cero, se puede decir que el sistema es críticamente o marginalmente estable. Una magnitud infinita hace al sistema inestable (Zhi-Wei Woo, 2000).

Fusificador:

Durante la etapa de fusificación, el valor crisp de cada variable de entrada debe ser traducido a su representación difusa en cada una de las funciones de pertenencia. Por otra parte, sólo los valores difusos cuyo valor sea diferente de cero son utilizados para definir el conjunto de reglas aplicables, y normalmente son un bajo porcentaje del número total de conjuntos difusos y por ende de las reglas. En un fusificador de mínima área, el circuito calcula el valor de las funciones de pertenencia para todos los conjuntos difusos, de a uno por vez. Es necesario el uso de muchos registros y ejecutar el circuito tantas veces como funciones de pertenencia se hayan definido (Chiueh, May 1992.).

Función de membresía:

Por cada conjunto se define una función de pertenencia o membresía denominada $\mu_A(x)$, indica el grado en que la variable x está incluida en el concepto representado por la etiqueta A ($0 \leq \mu_A(x) \leq 1$), si esta función toma el valor 0 significa que tal valor de x no está incluido en A y si toma el valor 1 el correspondiente valor de x está absolutamente incluido en A .

Función escalón unitario:

La función escalón unitario es una función matemática que tiene como característica el tener un valor de 0 para todos los valores negativos, de su argumento y de 1 para todos los valores positivos de su argumento, expresado de forma matemática sería: $u(t) = 0$ --- t menor que 0 y $u(t) = 1$ mayor que 0.

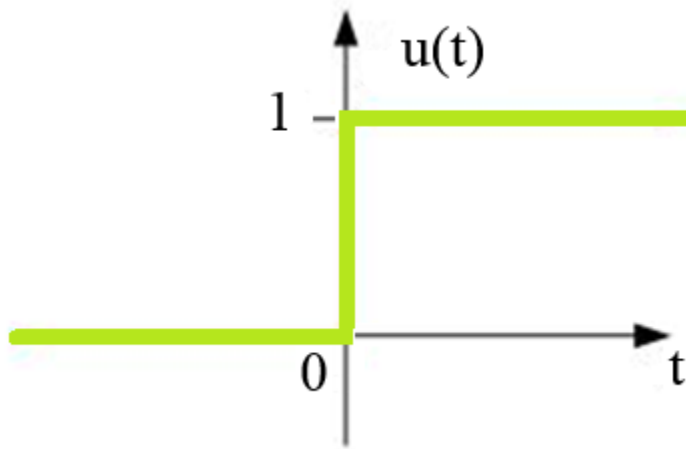


Ilustración 1 Representación gráfica del escalón unitario. Fuente: autor.

Esta es una función discontinua cuyo valor es 0 para cualquier argumento negativo, y 1 para cualquier argumento positivo (James & Burley, 2002)

Método de lugar de las raíces:

El método del lugar de las raíces está basado en técnicas de tanteo y error y es un procedimiento gráfico, por el cual se trazan las raíces de la ecuación exactamente para todos los valores de un parámetro del sistema que normalmente es la ganancia K variándola desde 0 a ∞ . Este método permite encontrar los polos de lazo cerrado partiendo de los polos y ceros de lazo abierto tomando a las ganancias como parámetro (Gafvert, 1998).

Péndulo invertido.

Es un sistema sub actuado de dos grados de libertad rotacionales llamados brazo y péndulo. El movimiento del brazo se realiza en un plano horizontal girando alrededor de un eje perpendicular al plano, el péndulo se encuentra ubicado en un extremo del brazo y su eje giro es colineal al eje axial del brazo y su movimiento se realiza en un plano perpendicular al de éste último (Mendel., "Fuzzy Logic Systems for engineering: a tutorial", March 1995.).

Sistema de control.

Desde el punto de vista de la teoría de control, un sistema o proceso está formado por un conjunto de elementos relacionados entre sí que ofrecen señales de salida en función de señales o datos de entrada (Guili, Jizhen, Wen-Yuanfang, & Xiangjie, July 26 2007-June 31 2007).

4. OBJETIVOS

General:

Realizar una comparación entre un sistema de control de tipo PID contra un controlador de tipo Difuso para establecer que controlador presenta un mejor rendimiento en el control de una plataforma auto balanceado de dos ruedas.

Específicos:

- Determinar el estado del conocimiento sobre el proyecto.
- Modelar la estructura física del prototipo
- Diseñar un controlador PID para el modelo.
- Diseñar un controlador difuso para el modelo.
- Comparar los dos sistemas de control.

5. MODELO MATEMÁTICO

El sistema que se analizara en este documento consiste en un péndulo invertido, el cual se encuentra montado sobre un sistema de dos ruedas las cuales están acopladas a un sistema de tracción compuesto por motores, lo que permite que el sistema completo tenga un desplazamiento horizontal tanto en una dirección negativa como positiva.

La característica principal de este tipo de sistemas es que es inestable si no se le aplica una acción de control, debido a que el péndulo simplemente caerá si el sistema no realiza un movimiento horizontal para compensar el movimiento del péndulo y de esta manera mantener balanceado el péndulo. Adicionalmente este sistema cuenta con otra característica importante la cual es que las dinámicas del sistema no son lineales, lo que representa un problema para diseñar un controlador para este.

Para obtener el modelo del sistema se considera al problema como un problema bidimensional. Considerando por una parte el desplazamiento horizontal X y por otra parte el movimiento angular del péndulo θ sobre su centro de masa. La entrada del sistema será la fuerza F aplicada por el sistema de tracción y la salida será la posición angular θ del péndulo

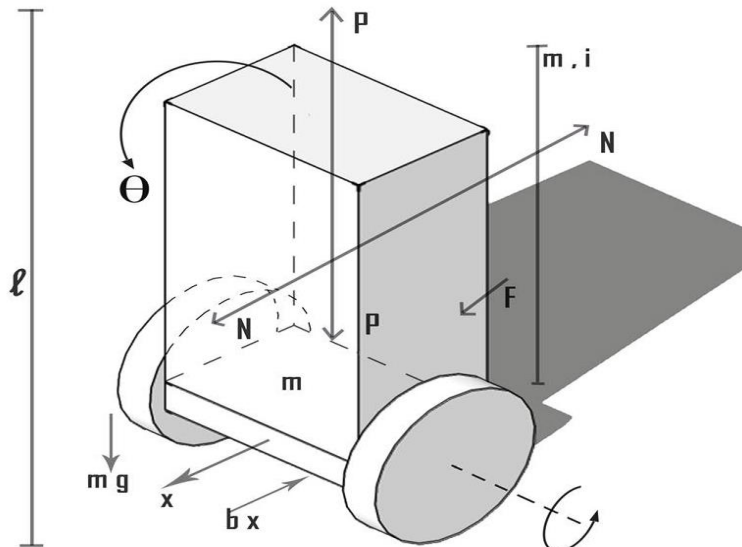


Ilustración 2 Diagrama de cuerpo libre del sistema. Fuente: autor.

5.1. ECUACIONES DEL SISTEMA

Para efectos de simulación se asumirán algunos valores para las variables del sistema. Donde (m) representa la masa del péndulo, (b) coeficiente de fricción, (l) longitud del péndulo desde el centro de masa, (I) momento inercial del péndulo, (F) fuerza aplicada al sistema, (x) coordenada de posición horizontal, (θ) angulo del péndulo.

Al sumar las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre en la dirección horizontal se obtiene la siguiente ecuación de movimiento.

$$F = M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (1)$$

Sumando las fuerzas que intervienen en el movimiento angular del péndulo se obtienen la siguiente ecuación para la fuerza de reacción N.

$$N = mx + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1 se obtiene la primera ecuación principal para construir la función de transferencia del sistema.

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (3)$$

Buscando obtener la siguiente ecuación, se suman las fuerzas perpendiculares que actúan sobre el péndulo y se obtiene esta ecuación.

$$P\sin\theta + N\cos\theta - mgl\sin\theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x}\cos\theta \quad (4)$$

Eliminando los términos N y P de la ecuación 4. Se suman los momentos que actúan sobre el centroide del péndulo.

$$I\ddot{\theta} = -Pl\sin\theta - Nl\cos\theta \quad (5)$$

Combinando la ecuación 5 y la ecuación 4 se obtiene la segunda ecuación para la función de transferencia.

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = -ml\ddot{x}\cos\theta \quad (6)$$

Para aplicar cualquier técnica de control, las ecuaciones obtenidas deben ser linealizadas. Con este fin se toma la posición de equilibrio como $\theta=\pi$ y se asumirá una tolerancia de la posición del péndulo con respecto al punto de equilibrio no mayor a el 10%. Se toma ϕ como la desviación del péndulo de manera que $\theta=\pi+\phi$ asumiendo que la desviación tiene un valor muy pequeño es posible hacer las siguientes aproximaciones.

$$\cos\theta = \cos(\pi + \phi) \approx -1 \quad (7)$$

$$\sin\theta = \sin(\pi + \phi) \approx -\phi \quad (8)$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\phi}^2 \approx 0 \quad (9)$$

Después se sustituyen las aproximaciones en las ecuaciones 3 y 6

$$(I + ml^2)\ddot{\phi} - mgl\phi = ml\ddot{x} \quad (10)$$

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\phi} = u \quad (11)$$

6.2 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

Al buscar las funciones de transferencia del sistema linealizado es necesario aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones 3 y 6.

$$(I + ml^2)\Phi(s)s^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (12)$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (13)$$

La función de transferencia que relaciona la salida $\Phi(s)$ con la entrada $U(s)$ se encuentra reemplazando $X(s)$ en la ecuación 13.

$$U(s) = (M + m) \left[\frac{I + ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)s^2 + b \left[\frac{I + ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)s - ml\Phi(s)s^2 \quad (14)$$

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (15)$$

Donde:

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2] \quad (16)$$

Reduciendo los polos y ceros del origen se obtiene la función de transferencia del movimiento angular del péndulo invertido.

$$P_{angular}(s) = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (17)$$

De manera similar al procedimiento anterior se puede obtener la función de transferencia del movimiento horizontal, relacionando la salida $X(s)$ con la entrada $U(s)$ se obtiene.

$$P_{horizontal} = \frac{\frac{(I + ml^2)s^2 - gml}{q}}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (18)$$

6. Controlador PID

Para el análisis de este problema, se considerara únicamente en un principio el control de la posición del péndulo debido a que el tipo de control que se busca diseñar responde de manera óptima para sistemas SISO (single-in, single-out). Debido a esto el diseño del controlador solo tendrá en cuenta el desplazamiento horizontal una vez el control del péndulo esté listo. Esto se realiza con el fin de estudiar el comportamiento del controlador ante la perturbación que genera el desplazamiento horizontal del modelo.

Buscando una primera aproximación a un método de control que resuelva los problemas que presenta este sistema. Se plantea un sistema de control clásico tipo PID. Al realizar un análisis inicial al sistema con el método del lugar de las raíces para determinar la estabilidad del sistema. Se puede observar en la fig 3. el sistema es inestable al aplicar solamente un controlador de tipo proporcional. Lo mismo sucede cuando se le suma un controlador de tipo PI como se ve en la figura 4.

Un resultado diferente se obtiene cuando se aplica un controlador PID con el cual es posible que el sistema alcance la estabilidad como se ve en la figura 5.

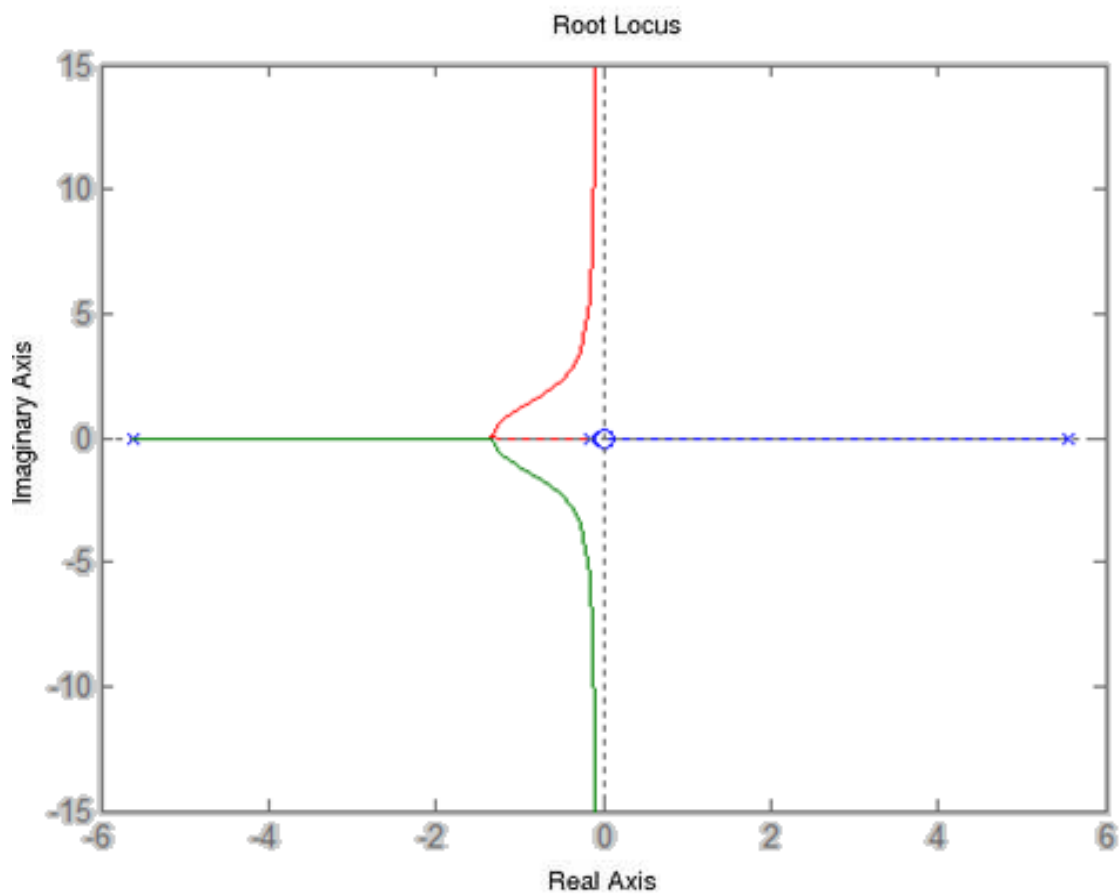


Ilustración 3 Lugar de las raíces controlador tipo P. Fuente: autor.

Como se observa en la figura 3. Sin importar que valor se elija para la ganancia K el sistema va a tener un polo en el semi plano derecho lo cual indica claramente que la respuesta del sistema al impulso será inestable.

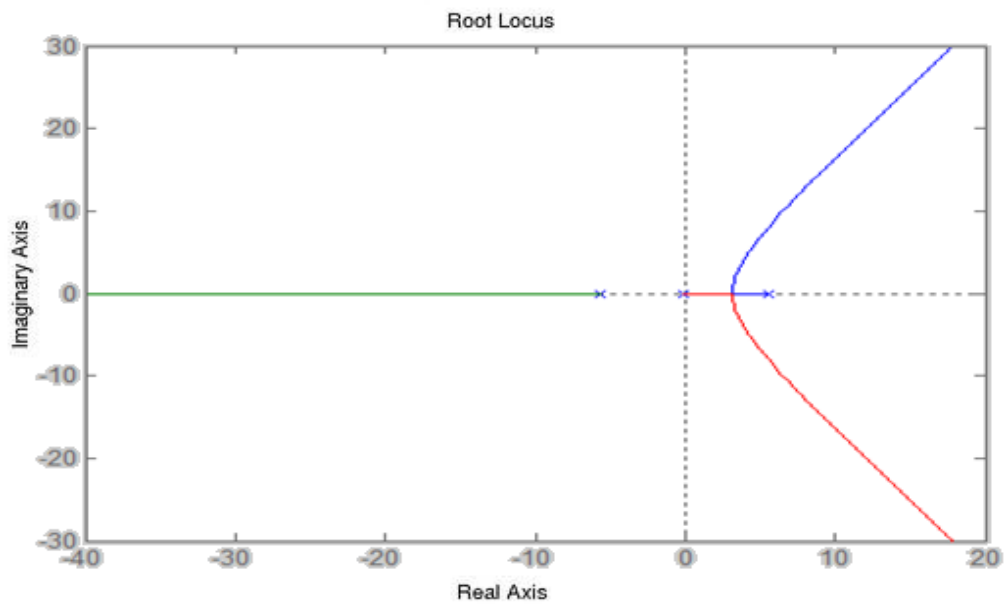


Ilustración 4 Lugar de las raíces controlador PI. Fuente: autor.

Como se observa en la figura 3 existen 4 polos y solamente un cero, de tal manera que el lugar de las raíces cuenta con 3 asíntotas una enteramente sobre el eje real negativo y las otras dos completamente en el semi plano positivo. Esta configuración tampoco satisface las condiciones requeridas en el controlador debido a que dos secciones se encuentran totalmente en el semi plano positivo.

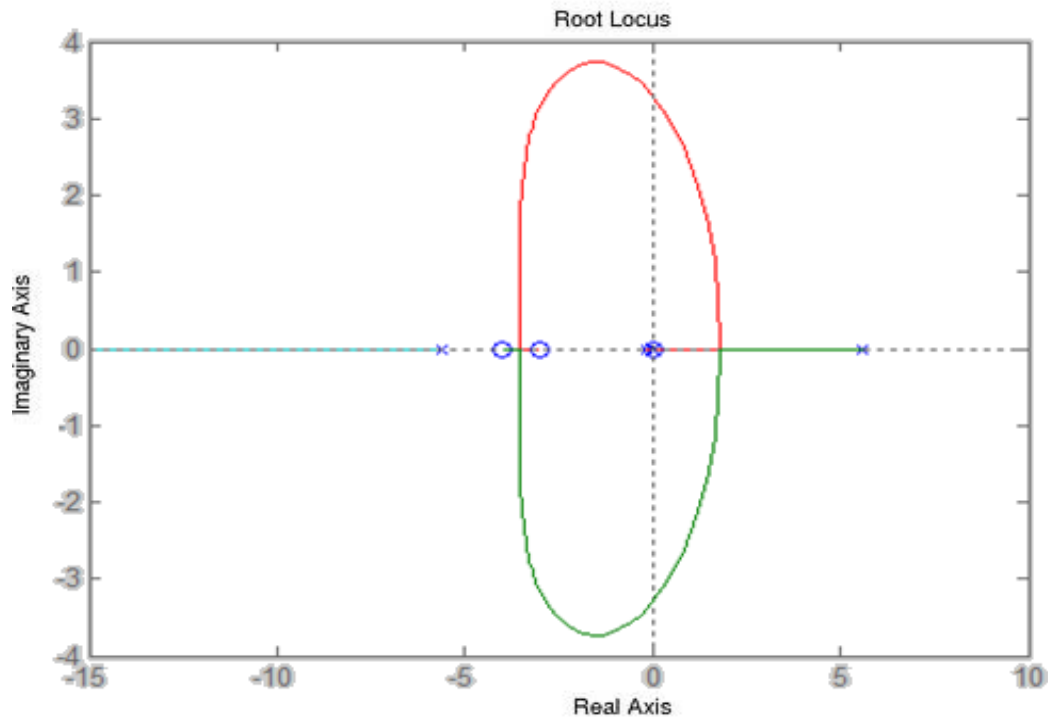


Ilustración 5 Lugar de las raíces controlador PID. Fuente: autor.

Finalmente al analizar el resultado obtenido del controlador tipo PID, se obtiene un resultado que cumple las condiciones requeridas del controlador. De esta manera es posible usando la herramienta de cálculo del software Octave 3.6.4. Encontrar la ganancia exacta para cualquier punto que se elija dentro de la gráfica del lugar de las raíces y de esta manera establecer un adecuado control del sistema.

Al simular el sistema de control usando como entrada un escalón unitario, el sistema alcanza la estabilidad tras la perturbación inicial como se ve en la figura 5. Sin embargo este caso solo aplica para la estabilidad el movimiento angular del sistema. Cuando se le agrega el desplazamiento horizontal el sistema se vuelve de nuevo inestable fig 6 y es necesario diseñar un nuevo sistema de control.

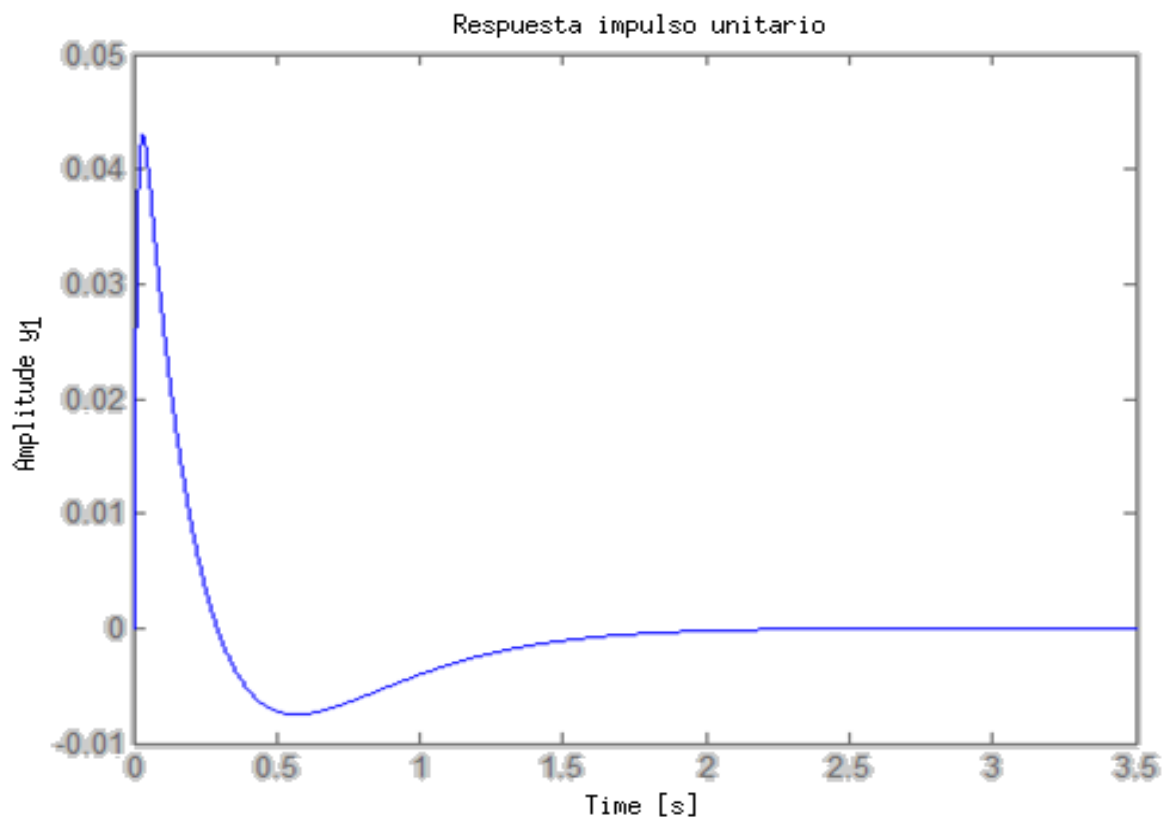


Ilustración 6 respuesta al impulso control PID. Fuente: autor.

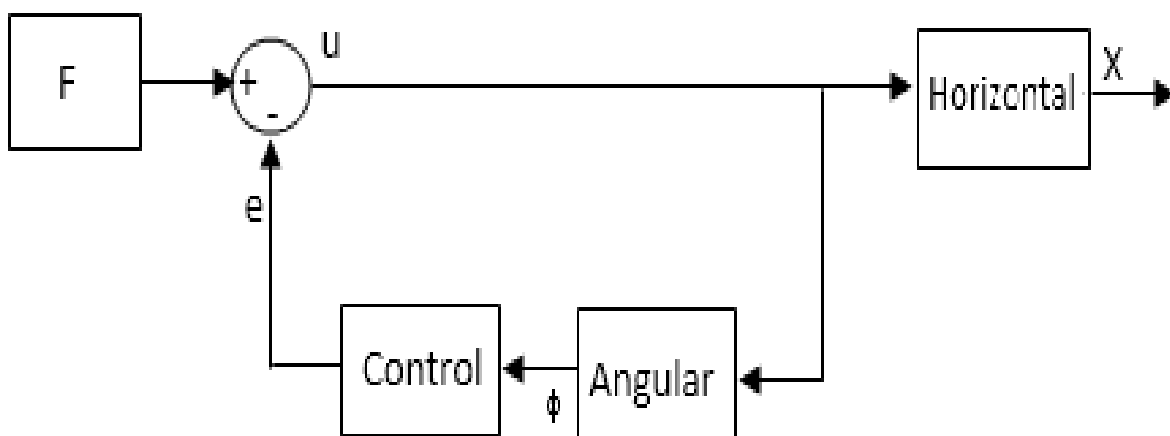


Ilustración 7 Diagrama de bloques control PID. Fuente: autor.

7. CONTROLADOR DIFUSO

8.1. DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO

El controlador difuso presentado en este documento toma las variables del movimiento angular y el movimiento horizontal que influirán directamente en la respuesta de la planta (actuador) como se ve en la figura 8.

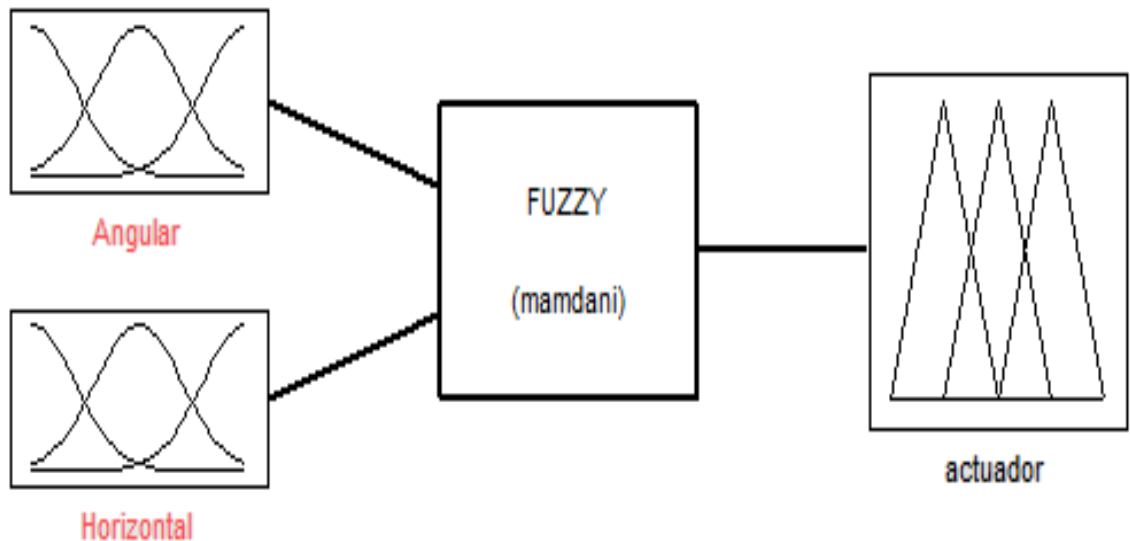


Ilustración 8 Salidas y entradas del controlador difuso. Fuente: autor.

8.2. ELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR DIFUSO.

Tanto las entradas como la salida son divididas en 7 niveles. Los niveles son definidos como negativo grande (NG) negativo medio (NM) negativo ligero (NL) punto de equilibrio (EQL) positivo ligero (PL) positivo medio (PM) y positivo grande (PG) como se muestra en las figuras 8 y 9. Estos niveles se basan en la posición de las variables con respecto al eje x del sistema. Para aumentar la velocidad del proceso de defusificación se crearon membresías de tipo *trimf*.

Como se observa en las figuras 8 y 9 el tipo de funciones de membresía es igual para las entradas y para la salida, de tal forma que se pueda obtener una rápida y fácil interpretación de los resultados de manera tal que se pueda comprobar el correcto funcionamiento de las reglas de inferencia que serán establecidas posteriormente durante el diseño del controlador.

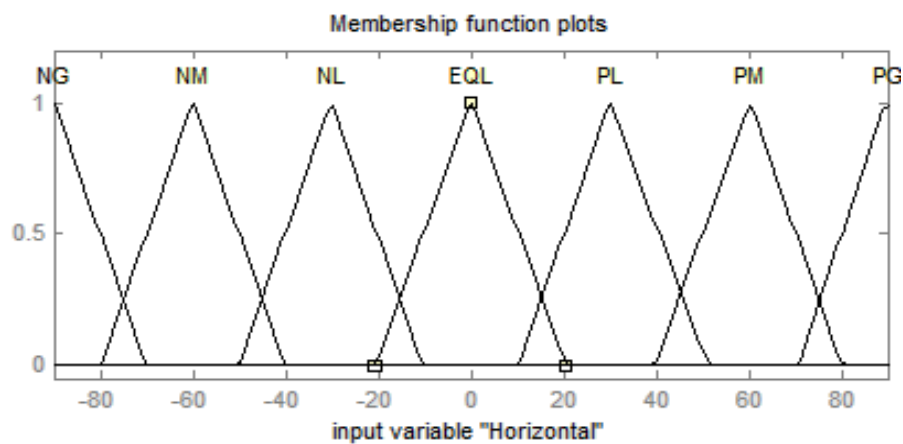
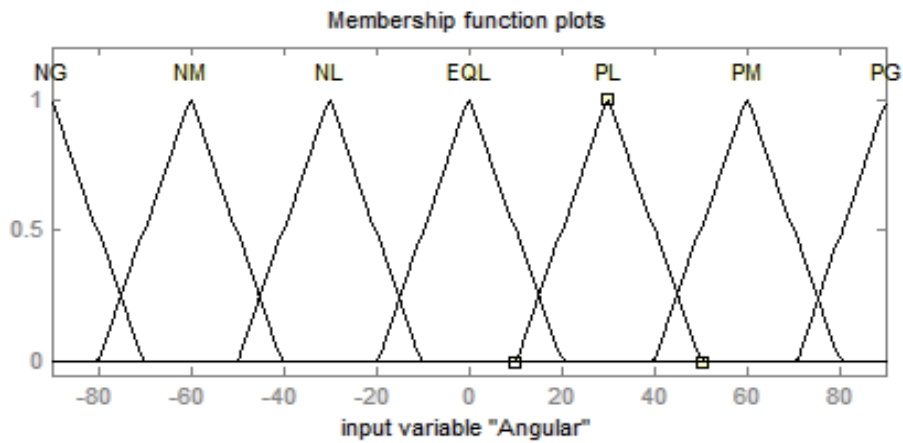


Ilustración 9 Funciones de membresía de las entradas. Fuente: autor.

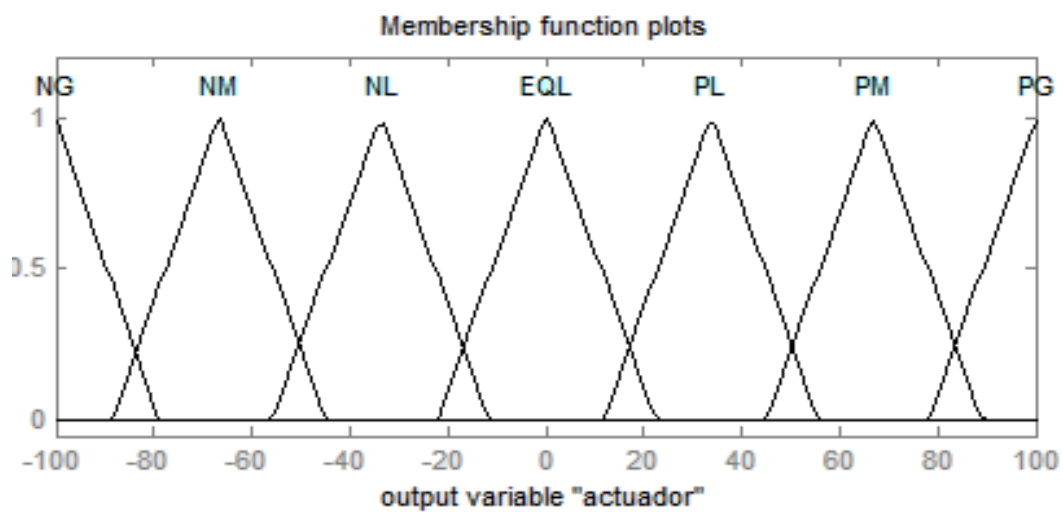


Ilustración 10 Funciones de membresía de la salida. Fuente: autor.

8.3. REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO

Se diseña el controlador con el método de inferencia mamdani y la defusificación se realiza mediante el método del centroide. Las reglas de este se especifican en la tabla 1. Debido que la inclinación angular alta tanto positiva como negativa requiere que la salida sea grande pero en sentido contrario, en los niveles interiores las reglas del control se encargan de realizar los ajustes requeridos para mantener el sistema en la posición de equilibrio. La superficie de la salida se muestra en la figura

U		Angular						
		NG	NM	NL	EqL	PL	PM	PG
Horizontal	NR	PG	PG	PL	PM	NG	NR	NG
	NM	PG	PM	PL	PL	NG	NM	NG
	NL	PG	PG	PM	PL	EQL	NL	NG
	Eq	PG	PM	PL	EQL	NM	NM	NG
	PL	PG	PG	PL	NL	NG	NM	NG
	PM	PG	PM	PL	NM	NG	NM	NG
	PR	PG	PM	PL	NM	NG	NM	NG

Tabla 1 reglas del control difuso.

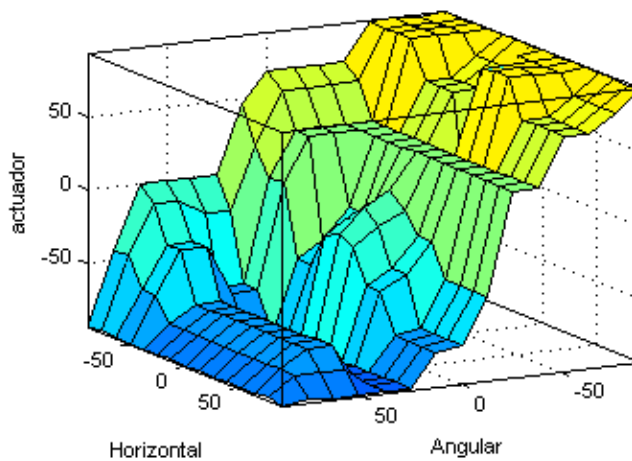


Ilustración 11 Superficie de salida. Fuente: autor.

Al observar la superficie de salida que se obtiene como resultado de la simulación del controlador difuso en la figura 9. Se puede ver como el controlador responde de acuerdo con las reglas de inferencia especificadas y que este lo hace de adecuada ante cualquier condición de entrada logrando controlar el sistema.

8. CONCLUSIONES

Los resultados muestran como un controlador clásico de tipo PID es capaz de ejercer un control adecuado del sistema con bastante precisión. Sin embargo, el diseño de un controlador con estas características es complejo y susceptible a cambios de las variables en el sistema, como la masa y el momento de inercia, que en este caso particular, representarían un gran inconveniente dado que al ser un vehículo de carga, su masa entre otros parámetros, varía constantemente. Por otra parte, los resultados muestran como el controlador difuso supera los inconvenientes presentados por el controlador PID debido a que el controlador difuso no depende de una función de transferencia, el cambio de valores en los parámetros del sistema tiene un efecto mínimo sobre el sistema de control. El control difuso muestra ser más efectivo para aplicaciones que requieren una respuesta rápida y no requieren una alta precisión y requiere menores recursos comparado con otros tipos de controladores.

BIBLIOGRAFÍA

- An, W., & Li, Y. (12-14 Dec. 2013). "Simulation and control of a two-wheeled self-balancing robot," Robotics and Biomimetics (ROBIO). *2013 IEEE International Conference*, (págs. vol., no., pp.456,461).
- Antunes, R., & Gonzalez, V. (3 March 2015). "A Production Model for Construction: A Theoretical Framework", (págs. 209–228).
- Azizan, H., Jafarinasab, M., Behbahani, S., & Danesh, M. (2012). "Fuzzy control based on LMI approach and fuzzy interpretation of the rider input for two wheeled balancing human transporter," Control and Automation (ICCA). *8th IEEE International Conference* , (págs. vol., no., pp.192,197).
- Bennett, S. (1984). "Nicholas Minorsky and the automatic steering of ships" . *IEEE Control Systems Magazine* 4 , 10–15.
- Bethke, P., Dlugosz, R., & Talaska, T. (20-22 June 2013). "Project and realization of a two-wheels balancing vehicle," Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES). *2013 Proceedings of the 20th International Conference*, (págs. vol., no., pp.621,624).
- Castro, A., Adams, C., & Singhose, W. (10-13 Dec. 2013). "Dynamic response characteristics of a two-wheeled inverted-pendulum transporter," Decision and Control (CDC). *IEEE 52nd Annual Conference on* , (págs. vol., no., pp.1532,1537).
- Chiueh, T. C. (May 1992.). Computer, pp "Optimization of fuzzy logic inference architecture". 67-71.
- Draz, M., Ali, M., Majeed, M., & Ejaz, U. (22-23 Oct. 2012). "Segway electric vehicle," Robotics and Artificial Intelligence (ICRAI). *2012 International Conference* , vol., no., pp.34,39.
- Fitzgerald, A. K. (2003). *Electric Machinery, sexta Edición*. Mc.Graw Hill.
- Gafvert, M. (1998). *Modelling the Furuta Pendulum*. Lund, Sweden.: Lund Institute of Technology.
- Guili, Y., Jizhen, L., Wen-Yuanfang, & Xiangjie, L. (July 26 2007-June 31 2007). "The Research and Application of Immune Feedback Control in the Load Control System of Tube Mill,". *Control Conference, 2007.*, (págs. 350-353).
- Harris, M. (05 Dec.-15 Jan. 5 2009). What comes FIRST [Engineering Innovation], "Engineering & Technology. vol.4, no.21, pp.28,29,.

- Hurwitz, A. (1994). "On The Conditions Under Which An Equation Has Only Roots With Negative Real Parts". *Selected Papers on Mathematical Trends in Control Theory*.
- James, G. J., & Burley, D. (2002). Matemáticas Avanzadas para Ingeniería (2 edición). En *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería (2 edición)* (pág. 141). PRENTICE HALL MEXICO.
- Junfeng, W., & Wanying, Z. (28-29 March 2011). "Research on Control Method of Two-wheeled Self-balancing Robot," Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA). *2011 International Conference*, (págs. vol.1, no., pp.476,479).
- Korkmaz, M., Aydogdu, O., & Dogan, H. (2-4 July 2012). "Design and performance comparison of variable parameter nonlinear PID controller and genetic algorithm based PID controller," in Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA). *2012 International Symposium*, (págs. vol., no., pp.1-5).
- Lee, H., & Lee, J. (26-28 Nov. 2012). "Driving control of mobile inverted pendulum," Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI). *9th International Conference*, (págs. vol., no., pp.449,453).
- Li, Y., Qu, S., Zhu, J., & Sun, J. (18-20 Aug. 2009). "Study on the Control of a Two-wheeled Unstable Vehicle Based on Sensitivity Analysis," Information Assurance and Security. *IAS '09. Fifth International Conference*, (págs. vol.1, no., pp.762,765).
- Liu, J., Wang, W., Golnaraghi, F., & Kubica, E. (2010). A novel fuzzy framework for nonlinear system control. *Fuzzy Sets and Systems*, (págs. 2746–2759).
- Mendel., J. M. (March 1995.). "Fuzzy Logic Systems for engineering: a tutorial". *Proceedings of the IEEE*, 345-376.
- Mendel., J. M. (March 1995.). "Fuzzy Logic Systems for engineering: a tutorial". *Proceedings of the IEEE*, (págs. 345-376).
- Paul, T. (2008). *Schaum's Outline of Principles of Computer Science*. McGraw-Hill.
- Peng, K., Ruan, X., & Zuo, G. (6-8 July 2012). "Dynamic model and balancing control for two-wheeled self-balancing mobile robot on the slopes," Intelligent Control and Automation (WCICA). *2012 10th World Congress*, (págs. vol., no., pp.3681,3685).

- Pinto, L., Kim, D.-H., Lee, J. Y., & Han, C.-S. (16-18 Dec. 2012). "Development of a Segway robot for an intelligent transport system," *System Integration (SII). IEEE/SICE International Symposium*, (págs. vol., no., pp.710,715).
- Ruan, X., & Cai, J. (1-2 Feb. 2009). "Fuzzy Backstepping Controllers for Two-Wheeled Self-Balancing Robot," in *Informatics in Control, Automation and Robotics. 2009. CAR '09. International Asia Conference*, (págs. vol., no., pp.166-169).
- Ruan, X., Cai, J., & Chen, J. (18-20 Oct. 2008). "Learning to Control Two-Wheeled Self-Balancing Robot Using Reinforcement Learning Rules and Fuzzy Neural Networks," in *Natural Computation. 2008. ICNC '08. Fourth International Conference*, (págs. vol.4, no., pp.395-398).
- Wasif, A., Raza, D., Rasheed, W., Farooq, Z., & Ali, S. (10-12 Sept. 2013). "Design and implementation of a two wheel self balancing robot with a two level adaptive control," in *Digital Information Management (ICDIM). 2013 Eighth International Conference*, (págs. vol., no., pp.187-193).
- Watanabe, R. (2007). "Motion Control of Nxtway Lego Segway". *Universidad de Waseda*. Japón.
- Ying., H. (2000). "Fuzzy Control and modeling: Analytical foundations and applications". *IEEE Press Series on Biological Engineering*.
- Yong, Q., Yanlong, L., Xizhe, Z., & Ji, L. (22-24 Aug. 2011). "Balance control of two-wheeled self-balancing mobile robot based on TS fuzzy model," in *Strategic Technology (IFOST). 2011 6th International Forum*, (págs. vol.1, no., pp.406-409).
- Zhi-Wei Woo, H.-Y. C.-J. (2000). A PID type fuzzy controller with self-tuning scaling factors. *Fuzzy Sets and Systems* 115, 321-326.

ANEXOS

Anexo A. Modelado del sistema:

Código simulaciones octvae 3.6.4. Las siguientes líneas de código fueron realizadas para realizar una aproximación matemática al modelo de la plata. Se asumen algunos valores con el fin de obtener resultados numéricos **aproximados** del comportamiento de la planta.

$M = 0.5;$

$m = 0.2;$

$b = 0.1;$

$l = 0.006;$

$g = 9.8;$

$l = 0.3;$

$q = (M+m)*(l+m*l^2)-(m*l)^2;$

$s = tf('s');$

$P_{\text{carro}} = (((l+m*l^2)/q)*s^2 - (m*g*l/q))/(s^4 + (b*(l + m*l^2))*s^3/q - ((M + m)*m*g*l)*s^2/q - b*m*g*l*s/q);$

$P_{\text{pendulo}} = (m*l*s/q)/(s^3 + (b*(l + m*l^2))*s^2/q - ((M + m)*m*g*l)*s/q - b*m*g*l/q);$

$\text{sys_tf} = [P_{\text{carro}} ; P_{\text{pendulo}}];$

$\text{inputs} = \{ 'u' \};$

$\text{outputs} = \{ 'x'; 'phi' \};$

$\text{set}(\text{sys_tf}, 'in', \text{inputs})$

```
set(sys_tf,'Out',outputs)
```

```
sys_tf
```

```
sys_tf =
```

$$4.182e-06 s^2 - 0.0001025$$

x: -----

$$2.3e-06 s^4 + 4.182e-07 s^3 - 7.172e-05 s^2 - 1.025e-05 s$$

$$1.045e-05 s$$

phi: -----

$$2.3e-06 s^3 + 4.182e-07 s^2 - 7.172e-05 s - 1.025e-05$$

```
t=0:0.01:1;
```

```
impulse(sys_tf,t);
```

```
[zeros poles] = zpkdata(P_pendulo,'v')
```

```
zeros =
```

4.9497

-4.9497

```
poles =
```

0

5.5651

-5.6041

-0.1428

```
t = 0:0.05:10;
u = ones(size(t));
[y,t] = lsim(sys_tf,u,t);
plot(t,y)
title('Open-Loop Step Response')
axis([0 3 0 50])
legend('x','phi')
step_info = lsiminfo(y,t);
cart_info = step_info(1)
pend_info = step_info(2)
cart_info =
    SettlingTime: 9.9959
        Min: 0
    MinTime: 0
        Max: 8.7918e+21
    MaxTime: 10
pend_info =
    SettlingTime: 9.9959
        Min: 0
    MinTime: 0
        Max: 1.0520e+23
    MaxTime: 10
```

Anexo B. Método del lugar de las raíces:

Partiendo de los resultados obtenidos en la simulación del modelo matemático del sistema, se realiza un análisis mediante el método del lugar de las raíces, para determinar la estabilidad relativa del sistema y buscar las bases que permitan encontrar un controlador que satisfaga las especificaciones requeridas

$$M = 0.5;$$

$$m = 0.2;$$

$$b = 0.1;$$

$$l = 0.006;$$

$$g = 9.8;$$

$$l = 0.3;$$

$$q = (M+m)*(l+m*l^2)-(m*l)^2;$$

$$s = tf('s');$$

$$P_{\text{pendulo}} = (m*l*s/q)/(s^3 + (b*(l + m*l^2))*s^2/q - ((M + m)*m*g*l)*s/q - b*m*g*l/q);$$

$$\text{rlocus}(P_{\text{pendulo}})$$

$$\text{title}('Root Locus')$$

$$C = 1/s;$$

$$\text{rlocus}(C*P_{\text{pendulo}})$$

$$\text{title}('Root Locus control proporcional')$$

$$\text{zeros} = \text{zero}(C*P_{\text{pendulo}})$$

$$\text{poles} = \text{pole}(C*P_{\text{pendulo}})$$

$$\text{zeros} =$$

$$0$$

$$\text{poles} =$$

$$0$$

$$5.5651$$


```

-5.6041
-0.1428
z = [-3 -4];
p = 0;
k = 1;
C = zpk(z,p,k);
rlocus(C*P_pendulo)
title('Root Locus con PID)
selected_point =
    -3.5367 + 0.7081i
    k =
    20.2396
    poles =
    0
    -85.1333
    -3.5232 + 0.7086i
    -3.5232 - 0.7086i
selected_point =
    -3.5367 + 0.7081i
    k =
    20.2396
    poles =
    0
    -85.1333
    -3.5232 + 0.7086i

```

-3.5232 - 0.7086i

$$P_{\text{carro}} = \frac{((l+m \cdot l^2)/q) \cdot s^2 - (m \cdot g \cdot l/q)}{(s^4 + (b \cdot (l + m \cdot l^2)) \cdot s^3/q - ((M + m) \cdot m \cdot g \cdot l) \cdot s^2/q - b \cdot m \cdot g \cdot l \cdot s/q)}$$

T2 = feedback(1,P_pendulo*C)*P_carro;

t = 0:0.01:8.5;

impulse(T2, t);

title('Respuesta del carro PID);

Anexo C. Diseño controlador PID:

Las siguientes líneas de código fueron realizadas en el software de simulación octave para simular el comportamiento de los diseños de un controlador PID, basados en los resultados de las simulaciones anteriores

M = 0.5;

m = 0.2;

b = 0.1;

l = 0.006;

g = 9.8;

l = 0.3;

q = (M+m)*(l+m*l^2)-(m*l)^2;

s = tf('s');

$$P_{\text{pendulo}} = \frac{(m \cdot l \cdot s/q)}{(s^3 + (b \cdot (l + m \cdot l^2)) \cdot s^2/q - ((M + m) \cdot m \cdot g \cdot l) \cdot s/q - b \cdot m \cdot g \cdot l/q)}$$

Kp = 1;

Ki = 1;

```

Kd = 1;
C = pid(Kp,Ki,Kd);
T = feedback(P_pendulo,C);
t=0:0.01:10;
impulse(T,t)
title('Respuesta del pendulo: Kp = 1, Ki = 1, Kd = 1');

Kp = 100;
Ki = 1;
Kd = 1;
C = pid(Kp,Ki,Kd);
T = feedback(P_pendulo,C);
t=0:0.01:10;
impulse(T,t)
axis([0, 2.5, -0.2, 0.2]);
title('Respuesta del pendulo al impulso: Kp = 100, Ki = 1, Kd = 1');

Kp = 100;
Ki = 1;
Kd = 20;
C = pid(Kp,Ki,Kd);
T = feedback(P_pend,C);
t=0:0.01:10;
impulse(T,t)
axis([0, 2.5, -0.2, 0.2]);
title('Rspuesta del pendulo control PID: Kp = 100, Ki = 1, Kd = 20');

```

```

P_carro = (((l+m*l^2)/q)*s^2 - (m*g*l/q))/(s^4 + (b*(l + m*l^2))*s^3/q - ((M +
m)*m*g*l)*s^2/q -
b*m*g*l*s/q);

T2 = feedback(1,P_pend*C)*P_cart;
t = 0:0.01:5;
impulse(T2, t);
title('Respuesta del carro PID: Kp = 100, Ki = 1, Kd = 20');

```

Anexo D Certificado de participación como ponencia:

La ponencia presentada el día miércoles 4 de noviembre, en el segundo encuentro nacional de semilleros de investigación en ingeniería electrónica, llevado a cabo en la Universidad central.

